

Майер Р.В.

Формирование эмпирических знаний у учащихся: Имитационное моделирование на ПЭВМ

Важной составляющей курса физики являются эмпирические знания, полученные в результате наблюдений и опытов. Построим компьютерную модель формирования эмпирических знаний, приведем ее в соответствие с содержанием учебников и результатами тестирования учащихся, осуществим имитационное моделирование этого процесса, выявим его закономерности.

1. Что называют эмпирическими знаниями

Задача науки состоит в изучении окружающего мира. Под **объектом** познания понимается часть объективной реальности, взаимодействующая с **субъектом** и противостоящая ему в его предметно–практической и познавательной деятельности [8, с. 437 – 438]. В силу раздвоения мира на внешнюю (открытую) и внутреннюю (сокрытую) стороны в теории познания выделяют два аспекта объекта: **явление**, то есть внешний аспект, и **сущность** — внутренний аспект.

Под сущностью понимают относительно устойчивую совокупность внутренних свойств, связей и отношений объекта [7, с. 46], "внутреннее содержание предмета, выражающееся в единстве всех многообразных и противоречивых форм его бытия" [8, с. 638], определяющее явление. Явление — "подвижная и легко изменяющаяся совокупность многообразных внешних, непосредственно отражаемых чувствами свойств, связей и отношений предмета" [7, с. 49].

Внешняя сторона объекта — явление воспринимается органами чувств человека либо непосредственно, либо опосредованно через специальные приборы. Результатом чувственного подхода к исследованию объекта являются **эмпирические** или **фактуальные знания**. Внутренняя сторона — сущность постигается в результате рационального подхода, что приводит к возникновению **теоретических знаний**. Итак, **эмпирическими** называются знания об объектах и происходящих с ними явлениях, полученные в результате наблюдений и экспериментов. Элементами эмпирических знаний являются обобщенные факты и эмпирические законы.

Особенности методики изучения того или иного факта определяются возможностью его экспериментального установления в повседневной жизни и в условиях обучения. Очевидно, что почти все факты, устанавливаемые в повседневной жизни, могут быть экспериментально изучены на уроке. Поэтому нами выделены три следующие категории фактов, отличающиеся по способу их изучения учащимися [1, 2]:

1. **Факты первой категории**, которые среднестатистический учащийся после их изучения в школе может установить в повседневной жизни (существование силы Архимеда, излучение света нагретым телом, существование

электрического тока). Разумеется, что эти факты могут быть экспериментально установлены и в условиях обучения.

2. **Факты второй категории**, которые учащийся не может установить в повседневной жизни, однако они могут быть экспериментально обоснованы в условиях обучения (фотоэффект, поляризация света, преломление электромагнитных волн).

3. **Факты третьей категории**, которые не могут быть установлены в условиях обучения и их изучение осуществляется умозрительно (термоядерная реакция, релятивистское замедление времени, опыт Штерна–Герлаха).

Очевидно, что качество изучения и скорость забывания фактов 1, 2 и 3 категорий различны. Можно предположить, что факты первой категории легче усваиваются и медленнее забываются, так как они включены в деятельность учащегося, который непрерывно сталкивается с ними, "переоткрывая" их заново. Факты второй категории забываются быстрее, чем первой, но не так быстро, как факты третьей категории, так как у учащихся средствами учебного эксперимента создан некоторый чувственно–наглядный образ изучаемого явления или объекта. Скорость забывания фактов третьей категории, изученных умозрительно, наиболее высока, особенно если учащиеся редко используют эти знания в своей деятельности.

2. Математическая модель формирования эмпирических знаний

Разобьем учебный процесс на интервалы длительностью τ и будем считать, что внутри каждого такого интервала учебный материал распределен равномерно, то есть скорость поступления информации к учащемуся остается постоянной: $v = dI / dt = const$, причем вся информация, сообщенная учителем, усваивается: $dZ_y = dI$. Так как быстрота увеличения знаний учащегося складывается из скорости обучения $dZ_y / dt = v$ и скорости забывания $dZ_z / dt = -\gamma Z$, то:

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{dZ_y}{dt} + \frac{dZ_z}{dt} = v - \gamma Z$$

Считая, что в момент начала отсчета времени t_0 количество знаний учащегося $Z(t_0) = Z_0$, получаем:

$$\int_{Z_0}^Z \frac{dZ}{Z - v/\gamma} = -\gamma \int_{t_0}^t dt.$$

Отсюда следует, что количество знаний учащегося в момент времени t равно:

$$Z(t) = \frac{v}{\gamma} \left[1 - e^{-\gamma(t-t_0)} \right] + Z_0 e^{-\gamma(t-t_0)}$$

Пусть в начальный момент времени количество знаний учащегося равно нулю и $\tau = 1$ год. Количество знаний учащегося в конце $(i + 1)$ -го учебного года:

$$Z_{i+1} = Z_i e^{-\gamma\tau} + \frac{v_{i+1}}{\gamma} [1 - e^{-\gamma\tau}],$$

где Z_i — уровень знаний в конце i -го года, v_{i+1} — скорость поступления знаний в $(i+1)$ -го году. Это уравнение позволяет последовательно вычислить количество эмпирических знаний учащихся в конце 1, 2, ..., 11 года обучения.

Так как количество знаний фактов j -го учебного года равно сумме знаний, усвоенных в 1, 2, ..., i , ..., j -м классах и частично забытых в течение $(j-1)$, $(j-2)$, ..., $(j-i)$, ..., 1, 0 лет соответственно, то имеем [1, 2]:

$$Z_j = \sum_{i=1}^j \Delta Z_i e^{-\gamma(j-i)\tau} = \sum_{i=1}^j \frac{v_i}{\gamma} (1 - e^{-\gamma\tau}) e^{-\gamma(j-i)\tau}$$

где $\Delta Z_i = (v_i / \gamma)(1 - e^{-\gamma\tau}) e^{-\gamma(j-i)\tau}$ — знания, приобретенные в i -м классе, $\tau = 1$ год — время обучения в одном классе.

Использование данной модели для исследования процесса формирования системы эмпирических знаний требует учета зависимости времени забывания от категории фактов. Считая, что коэффициенты забывания фактов первой, второй и третьей категорий соответственно равны γ_1 , γ_2 , γ_3 , а их скорости поступления v_{i1} , v_{i2} , v_{i3} где $i = 1, 2, \dots, 11$ — номер класса, после преобразований получаем:

$$Z_j = \sum_{k=1}^3 Z_{jk} = \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^j \frac{v_{ik}}{\gamma_k} (1 - \exp(-\gamma_k \tau)) \exp(-\gamma_k (j-i)\tau),$$

где Z_{ik} — количество знаний учащихся, соответствующее фактам k -ой категории в конце j -го класса. Введем коэффициент сформированности эмпирических знаний K_j как отношение знаний фактов Z_j в j -ом классе к общему количеству эмпирической информации: $K'_j = Z_j / I_j$. При этом количество сообщенной информации равно:

$$I_j = \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^j v_{ik} \tau.$$

3. Согласование модели с результатами тестирования

В результате контент-анализа стандартных учебников природоведения, физической географии и физики [3 – 6] были определены значения скоростей поступления эмпирических знаний в разных классах по различным разделам физики для фактов 1, 2 и 3 категорий в единицах измерения факт/год. Результаты для школьных учебников физики представлены в табл. 1.

Таблица 1. Количество фактов 1, 2 и 3 категорий в различных разделах школьного курса физики

Класс i	Категория факта	Механика	Молекулярная физика	Электродинамика	Оптика	Квантовая физика
7 кл.	1	32	13	0	0	0
	2	13	0	0	0	0
	3	1	0	0	0	0
8 кл.	1	1	13	12	9	0
	2	0	13	32	4	0
	3	0	0	3	0	0
9 кл.	1	27	0	0	0	0
	2	23	0	0	0	0
	3	1	0	0	0	0
10 кл.	1	2	9	16	0	0
	2	2	13	42	0	0
	3	0	3	8	0	0
11 кл.	1	2	0	2	3	2
	2	2	0	28	13	13
	3	1	0	8	6	37

С целью определения коэффициентов забывания в 1997–1999 гг. было проведено тестирование 100 студентов 1 курса Глазовского пединститута, заключающееся в установлении уровня знаний данными студентами 50 учебных фактов (по 10 из каждого раздела физики). Это позволило оценить коэффициент сформированности эмпирических знаний по фактам различных категорий как отношение числа заданных вопросов N к числу правильных ответов n : $K = n / N$. Полученные результаты представлены во втором столбце табл. 2.

Задача согласования математической модели с результатами тестирования сводится к определению таких значений $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$, при которых коэффициенты сформированности эмпирических знаний K'_k для фактов различных категорий $k = 1, 2, 3$, предсказываемые моделью, максимально близки к соответствующим значениям K_k , полученным при тестировании. Для этого нами использовался метод наименьших квадратов, заключающийся в минимизации суммы квадратов разностей $(K_k - K'_k)^2$, где $k = 1, 2, 3$:

$$S = \sum_{k=1}^3 (K_k - K'_k)^2 = \min.$$

Таблица 2. Согласование модели с результатами тестирования.

		ТЕСТ	МОДЕЛЬ			
			1	2	3	4
Уровень знаний фактов	K_1	0,72	0,30	0,50	0,73	0,73
	K_2	0,35	0,43	0,62	0,17	0,35
	K_3	0,19	0,60	0,19	0,32	0,19
Коэффи- циенты забывания	γ_1	—	0,38	0,20	0,090	0,090
	γ_2	—	0,38	0,20	0,95	0,49
	γ_3	—	0,38	1,48	0,95	1,5
Критерий S		—	0,36	0,12	0,049	0,00016

Для оптимизации параметров γ_1 , γ_2 , γ_3 и моделирования формирования эмпирических знаний создан пакет программ, который включает в себя:

1. Массив данных о распределении фактов в школьном курсе физики, а также данные, полученные в результате тестирования выпускников школы через полгода после ее окончания ($t=11,5$ лет). Из них следует, что коэффициенты сформированности у учащихся знаний фактов первой, второй и третьей категорий соответственно равны $K_1 = 0,72$, $K_2 = 0,35$, $K_3 = 0,19$.

2. Подпрограмма, позволяющая, исходя из данных о распределении фактов в курсе физики и значений γ_1 , γ_2 , γ_3 , вычислить теоретические значения уровней сформированности фактуальных знаний, касающиеся фактов различных категорий K'_k ($k = 1, 2, 3$) для момента времени $t = 11,5$ лет.

3. Подпрограмма, определяющая значение суммы S квадратов разностей между K_k и K'_k .

4. Программа, минимизирующая сумму S , то есть определяющая значения γ_k ($k = 1, 2, 3$), при которых величина S минимальна. Она осуществляет подгонку модели к результатам тестирования.

5. Программа, осуществляющая имитационное моделирование процесса формирования у учащихся знаний фактов, относящихся к первой, второй и третьей категориям или различным разделам физики.

4. Определение коэффициентов забывания

Чтобы убедиться в необходимости деления фактов на три категории, нами проведены расчеты для трех случаев: 1) факты всех трех категорий имеют одинаковые коэффициенты забывания: $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3$; 2) факты первой и второй категорий имеют одинаковые коэффициенты забывания $\gamma_1 = \gamma_2$, отличные от

коэффициента забывания фактов третьей категории γ_3 ; 3) факты второй и третьей категорий имеют одинаковые коэффициенты забывания $\gamma_2 = \gamma_3$, отличные от коэффициента забывания фактов первой категории γ_1 ; 4) коэффициенты забывания фактов $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ первой, второй и третьей категорий различны. Критерием близости результатов, даваемых моделью, результатам тестирования является сумма S , которая при их совпадении обращается в нуль. Результаты согласования имитационной модели с данными, полученными в ходе тестирования, представлены в третьем, четвертом, пятом и шестом столбцах табл. 2 соответственно.

Видно, что четвертая модель, учитывающая различие коэффициентов забывания фактов первой, второй и третьей категорий, наиболее точно соответствует результатам тестирования. Итак, искомые коэффициенты забывания равны $\gamma_1 = 0,090 \text{ лет}^{-1}$, $\gamma_2 = 0,49 \text{ лет}^{-1}$, $\gamma_3 = 1,5 \text{ лет}^{-1}$. Интересно, что небольшие вариации момента времени t проведения контрольного тестирования приводят к тому, что программа выдает практически те же значения γ_1, γ_2 , изменяя γ_3 . Так, если задать $t = 11,75 \text{ лет}$, то $\gamma_1 = 0,085 \text{ лет}^{-1}$, $\gamma_2 = 0,43 \text{ лет}^{-1}$, $\gamma_3 = 1,2 \text{ лет}^{-1}$. Это связано с тем, что факты третьей категории изучаются в основном в 10 – 11 классах, и им соответствует небольшое время забывания, которое при изменениях t меняется в большее число раз, чем время забывания фактов первой и второй категорий.

Получению описанных выше результатов предшествовали попытки решения данной задачи другими способами [1, 2]. Например, количество эмпирической информации в учебнике оценивалось не по числу упомянутых фактов, а по числу рисунков, на которых изображены схемы экспериментов или их результаты. Кроме того, согласование модели с результатами тестирования осуществлялось путем сравнения уровня сформированности эмпирических знаний по механике, молекулярной физике и термодинамике, электродинамике, оптике и квантовой физике с соответствующими значениями, предсказываемыми моделью. Полученные при этом результаты таковы: $\gamma_1 \approx 0,06 \text{ лет}^{-1}$, $\gamma_2 \approx 0,3 \text{ лет}^{-1}$, $\gamma_3 \approx 2 \text{ лет}^{-1}$.

Границы применимости предложенной модели определяются погрешностью введенных в модель данных, а также влиянием целого ряда неучтенных и неконтролируемых факторов. Например, при моделировании предполагалось, что изучение физики осуществляется без перерывов, скорость поступления учебной информации в течение года постоянна, не учитывалась подготовка учащихся к выпускным и вступительным экзаменам и т.д. Учет этих факторов требует существенного усложнения модели, введения новых переменных, для оценки которых потребовалось бы более обширное тестирование. В настоящей работе сделано первое приближение, позволившее

оценить параметры γ_1 , γ_2 , γ_3 и установить основные закономерности процесса формирования эмпирических знаний.

5. Закономерности формирования эмпирических знаний

Согласно результатам моделирования наиболее быстро забываются факты третьей категории, изучаемые на чисто умозрительном уровне. Их коэффициент забывания $\gamma_3 \approx 1,5$ лет⁻¹, период забывания половины информации $T_3 = \ln 2 / \gamma_3 = 0,46$ лет. Факты, изучаемые с опорой на систему учебного эксперимента, забываются несколько медленнее: $\gamma_2 \approx 0,49$ лет⁻¹, $T_2 = \ln 2 / \gamma_2 = 1,4$ года. Факты первой категории, которые учащийся может экспериментально установить в повседневной жизни, забываются еще медленнее или практически не забываются: $\gamma_1 \approx 0,090$ лет⁻¹, $T_1 = \ln 2 / \gamma_1 = 7,7$ лет.

Таблица 3. Количество эмпирических знаний учащихся, предсказываемое имитационной моделью

Год	По категориям фактов			По разделам физики					Общее число фактов
	1	2	3	1	2	3	4	5	
7	43	10	2,1	42	13	0,0	0,0	0,0	55
8	73	45	2,0	36	34	38	12	0,0	120
9	92	46	0,98	75	28	26	9,8	0,0	139
10	110	73	6,0	65	44	72	8,4	0,0	190
11	109	89	28	59	35	78	24	31	227
12	100	55	6,5	50	29	53	16	12	161
13	92	34	1,5	44	25	39	12	6,5	127
14	84	21	0,33	39	22	30	10	4,1	105
15	77	13	0,08	35	19	24	8,2	2,9	89
16	69	7,8	0,02	31	17	20	7,0	2,1	78

Полученные значения γ_1 , γ_2 , γ_3 позволяют рассчитать и построить графики зависимостей количества эмпирических знаний от времени. В табл. 3 представлены результаты вычислений, а на рис. 1 и 2 изображены соответствующие им кривые для фактов различных категорий, всего курса физики целом и для его различных разделов. Графики на рис. 1 получены в результате определения количества эмпирических знаний, исходя из подсчета числа рисунков, несущих эмпирическую информацию, в учебниках физики, природоведения и физической географии.

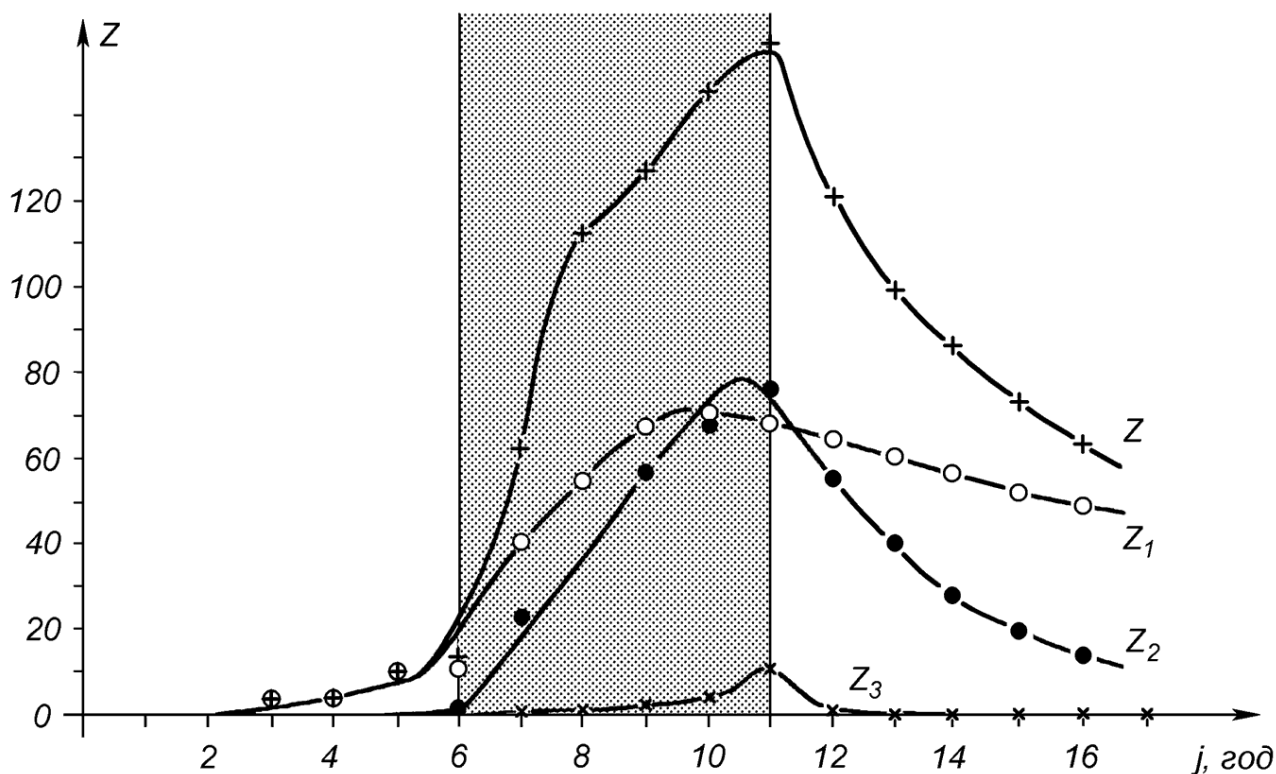


Рис. 1. Зависимость знаний фактов различных категорий от времени.

Графики на рис. 2 и 3 получены на основе данных, взятых из табл. 1. На рис. 2 показаны изменения эмпирических знаний учащихся в целом, а также знаний фактов первой, второй и третьей категорий с течением времени. На рис. 3.1 и 3.2 показано, как изменяется количество эмпирических знаний по разделам физики: механике (кривая 1), молекулярной физике и термодинамике (кривая 2), электродинамике (кривая 3), оптике (кривая 4), квантовой физике (кривая 5). Провалы в графиках связаны с забыванием в промежутках между первым и вторым изучением данного раздела физики, происходящими на первой и второй ступени обучения. Видно, что эмпирические знания по различным разделам физики забываются с разной скоростью. Например, уровень сформированности эмпирических знаний по механике, состоящих преимущественно из фактов первой категории, уменьшается медленно (рис. 3.1, кривая 1), в то время как факты квантовой физики, в основном относящиеся к третьей категории, забываются быстрее (рис. 3.2, кривая 5).

Из рис. 1 и 2 следует, что уровень знаний фактов первой категории плавно возрастает до некоторого значения, а затем остается практически неизменным. Уровни знаний фактов второй и третьей категорий плавно возрастают, в конце обучения достигают максимума, а затем экспоненциально уменьшаются. Соответствие результатов моделирования педагогическому опыту подтверждает истинность исходных положений модели. Это прежде всего относится к гипотезе о целесообразности деления фактов на три категории, что позволяет учесть их неодинаковость с дидактической точки зрения, обусловленную встречаемостью некоторых фактов в повседневной жизни и возможностью их экспериментального установления на уроке.

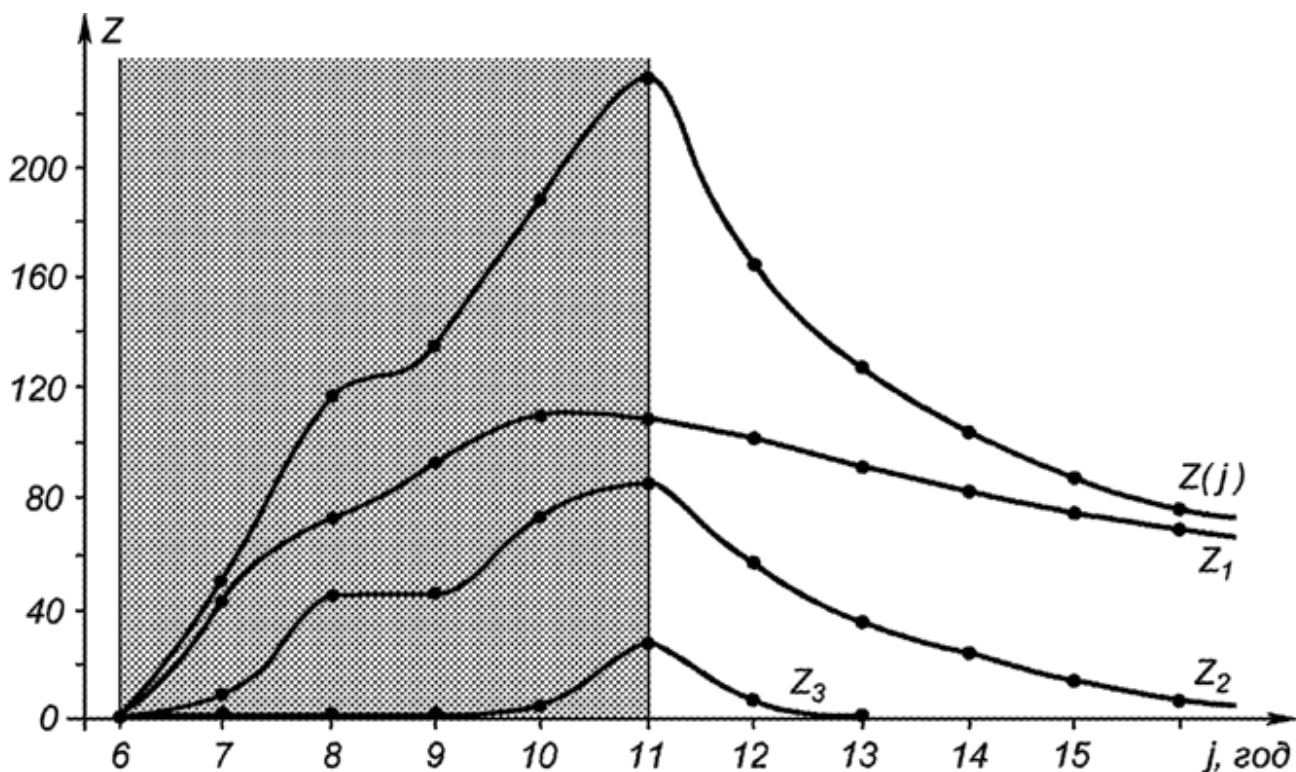


Рис. 2. Результаты имитационного моделирования (факты 1, 2, 3 категории).

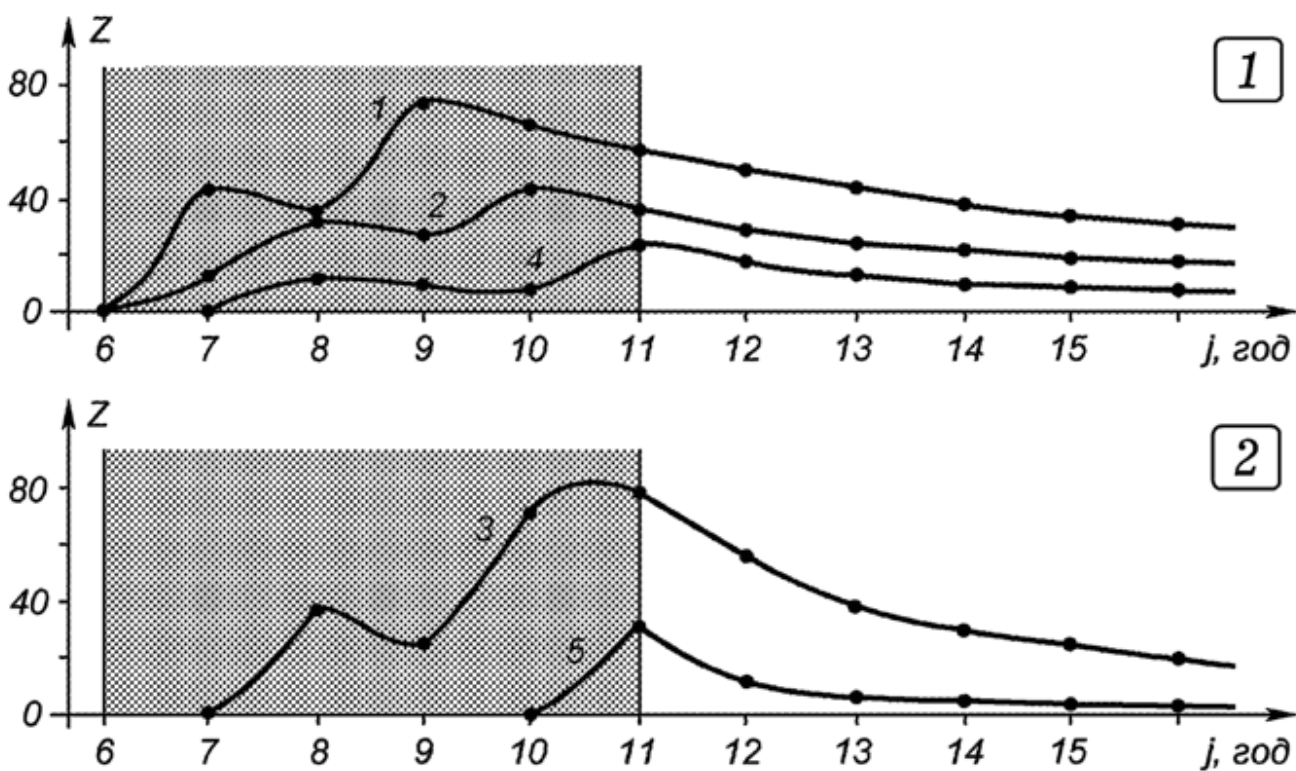


Рис. 3. Изменение знаний фактов со временем (по разделам физики).

Анализ полученных кривых, а также результатов тестирования учащихся позволяет сформулировать следующие закономерности формирования у учащихся системы эмпирических знаний [1, 2]: 1. Уровень знаний фактов первой категории, входящих в повседневный опыт учащихся, по мере их изучения возрастает, а после окончания обучения остается практически неизменным. 2.

Уровни знаний фактов второй и третьей категорий, не входящих в повседневную деятельность учащихся, после изучения уменьшаются вследствие забывания. 3. Скорость забывания фактов второй и третьей категории тем больше, чем в меньшей степени их изучение опирается на деятельность учащихся, связанную с наблюдением и выполнением учебных опытов, их умозрительным изучением.

Литература

1. Майер Р.В. Исследование процесса формирования эмпирических знаний по физике. — Глазов: ГГПИ, 1998. — 132 с. (<http://rmajer.narod.ru>).
2. Майер Р.В. Проблема формирования системы эмпирических знаний по физике: Дисс. ... докт. пед. наук. — С. Петербург., 1999. — 350 с.
3. Мякишев Г.Я., Буховцев Б.Б. Физика: Учеб. для 10 кл. сред. шк. — М.: Просвещение, 1990. — 223 с.
4. Мякишев Г.Я., Буховцев Б.Б. Физика: Учеб. для 11 кл. сред. шк. — М.: Просвещение, 1991. — 254 с.
5. Перышкин А.В., Родина Н.А. Физика: Учеб. для 7 кл. сред. шк. — М.: Просвещение, 1989. — 175 с.
6. Перышкин А.В., Родина Н.А. Физика: Учеб. для 8 кл. сред. шк. — М.: Просвещение, 1993. — 191 с.
7. Сущность и явление / В.В. Кизима, И.В. Огородник, В.А. Рыжко. — Киев: Наукова думка, 1987. — 294 с.
8. Философский энциклопедический словарь / Редкол.: С.С.Аверинцев, Э.А.Араб-Оглы, Л.Ф.Ильичев и др. — М.: Советская энциклопедия, 1989. — 815 с.